Matemáticas
1º E.S.O.
EJERCICIOS PARA EL VERANO

Nota 1: *Estos ejercicios te servirán para preparar la asignatura en verano. La forma ideal de trabajar es, una vez consultados los apuntes o el libro, tratar de resolver los ejercicios sin mirar la solución, y luego comparar con lo que el profesor ha hecho.*

Nota 2: *No está necesariamente todo el temario tratado. En concreto, falta la parte de GEOMETRÍA, que puedes trabajar sin problemas con tu libro o tus apuntes. Es interesante que aprendas a consultar los libros a tu alcance.*

Nota 3: *En toda ecuación que te encuentres, deberás pensar qué operación se ha realizado en cada paso. Por comodidad, estas operaciones no se expresan en este documento, pero os aconsejamos que vosotros sí las indiquéis, pues ése ha sido el criterio durante todo el año.*

NÚMEROS NATURALES

1º Halla, de dos formas distintas, usando la propiedad distributiva: $5\cdot(12+15)$

La forma natural de resolver esta operación es la de sumar primero y multiplicar después:

$5\cdot(12+15)=5\cdot(27)=135$

Pero también sabemos que cinco veces 27 es lo mismo que cinco veces 12 más cinco veces 15:

$5\cdot(12+15)=5\cdot 12+5\cdot 15=60+75=135$

2º Una empresa fabrica 5 bombillas cada minuto. Si se trabaja 8 horas diarias, ¿Cuántos días se tarda en fabricar 24.000 bombillas?

Vemos primero cuántas bombillas se fabrican en un día, y luego bastará con dividir las 24.000 bombillas por el número de ellas que se fabrican al día.

8 horas diarias x 60 minutos cada hora x 5 bombillas al minuto = 2400 bombillas

24000/2400=10 días.

NÚMEROS ENTEROS

3º Quita paréntesis y calcula:

$(-3)-[(-5)+[(-3)-(-8)]-(+9)]+(-4)=$

$=-3-[-5+[-3+8]-9]-4=-3-[-5+5-9]-4=-3+9-4=6-4=2$

4º Calcula:

$24-20:[-5+18:2+1\cdot(-5)]=$

$=24-20:[-5+9-5]=24-20:[4-5]=24-20:[-1]=24+20=44$

5º Saca factor común y opera:

a) $(+2)\cdot(-4)-(-18)\cdot(-4)-(-4)\cdot(-5)=$

$=(-4)\cdot[2-(-18)-(-5)]=(-4)\cdot[2+18+5]=(-4)\cdot[25]=-100$

b) $-12+16-4+8+20=$

$=4\cdot(-3+4-1+2+5)=4\cdot(7)=28$

6º Aplica y comprueba la distributiva: $(+4)\cdot[(+8)+(-12)-(-7)]=$

$=(+4)\cdot(+8)+(+4)\cdot(-12)-(+4)\cdot(-7)=32+(-48)-(-28)=32-48+28=-16+28=12$

7º Un espeleólogo se halla en una fosa a 106 m. de profundidad. En su trayecto hacia la superficie, se para a descansar a los 43 m de profundidad. Al salir, sube una colina de 320 m. ¿cuántos metros recorre desde que descansó en la fosa?

Hay 3 puntos importantes en el recorrido, que podemos convertir en números enteros: *-106, -43* y *+320* .
Entre esos 3 puntos definimos 2 tramos, de longitudes respectivas:

$(-43)-(-106)=-43+106=63\,metros$

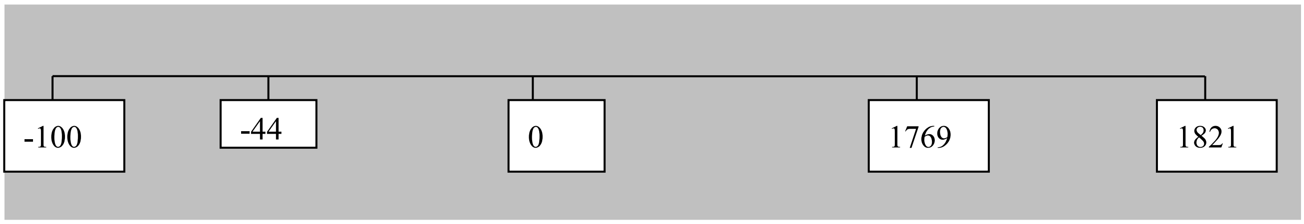
$(+320)-(-43)=320+43=363\,metros$

Nos piden la longitud del 2º tramo: *363 metros*.

8º Resuelve usando la recta de los números enteros: "Julio César nació el año 100 antes de Cristo y murió a los 56 años de edad. Napoleón nació 1813 años después de la muerte de Julio César y murió en el año 1821 de nuestra era. ¿Cuántos años vivió Napoleón?

Vamos a colocar en la recta de los números enteros cada uno de los momentos importantes del enunciado, de manera que asignamos un menos a las fechas antes de Cristo, y un más a las fechas después de Cristo:

-100, -100+56=**-44**, -44+1813=**1769**, **1821**



Se obtiene el resultado restando 1821-1769=52 años.

POTENCIAS

9º Aplica las propiedades de las potencias y calcula el resultado:

a) $2 \cdot 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^3 =$

$= 2^{1+0+1+3} = 2^5 = 32$

b) $5^6 : 5^2 =$

$= 5^{6-2} = 5^4 = 625$

c) $(1 \cdot 3 \cdot 7)^2 =$

$= 1^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 1 \cdot 9 \cdot 49 = 441$

RAÍCES CUADRADAS

10º En una panadería se hacen 441 galletas. Se colocan sobre una bandeja formando un cuadrado que ocupa la superficie de toda la bandeja.

a) ¿Cuántas galletas hay por lado?

b) **¿Cuántas más se necesitan para formar otro cuadrado con una galleta más por lado?**

a) Podemos llamar a las líneas que forman las galletas filas y columnas, según sigan una u otra orientación en el plano. El número de galletas de una fila será el mismo que el de una columna, pues la figura formada es un cuadrado. Por tanto, ese número multiplicado por si mismo debe ser 441. Luego nos piden la raíz cuadrada de 441, que se deberá hallar, resultando 21.

b) El nuevo cuadrado deberá tener 22x22 galletas, es decir, 484, luego hay que poner 484-441=43 galletas.

DIVISIBILIDAD

11º En una bodega hay 3 toneles de vino, cuyas capacidades son 250 l, 360 l, y 540 l. Su contenido se quiere envasar en cierto número de garrafas iguales. Calcular las capacidades máximas de estas garrafas para que en ellas se pueden envasar el vino contenido en cada uno de los toneles, y el número de garrafas que se necesitan.

La capacidad máxima de una garrafa debe ser un divisor de 250, 360 y 540. Además debe ser el mayor de ellos, si queremos que las garrafas sean lo mayor posible. Por tanto nos piden el m.c.d (250, 360, 540).

$250 = 25 \cdot 10 = 5^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 5^3$

$360 = 36 \cdot 10 = 6^2 \cdot 2 \cdot 5 = (2 \cdot 3)^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$540 = 54 \cdot 10 = 9 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

El truco para hallar el máximo común divisor, siempre que tengamos la factorización en números primos, es elegir los comunes con el menor exponente.

m.c.d (250, 360, 540)=2.5=10 litros

En cuanto al número de garrafas necesarias, basta dividir el total de litros entre 10: (250+360+540)/10=1150/10=115 garrafas.

12º Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6:30 de la tarde coinciden. Averigua las veces que volverán a coincidir en los cinco minutos siguientes.

El número de segundos que pasan hasta la próxima coincidencia debe ser un múltiplo de 12, 18 y 60. Si queremos saber cuántos pasan hasta la primera coincidencia, entonces debemos hallar el m.c.m (12, 18, 60).

$12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2^2 = 2^2 \cdot 3$

$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3^2$

$60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

El truco para hallar el mínimo común múltiplo, siempre que tengamos la factorización en números primos, es elegir los comunes con el mayor exponente, y los no comunes.

m.c.m (12, 18, 60)=$2^2.3^2.5$=180 segundos

Luego coinciden cada 3 minutos, y por tanto sólo una vez más en los cinco minutos siguientes.

FRACCIONES

13º Simplifica: $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) =$

$$= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{12} - \frac{3}{36} = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

14º En una tienda de ropa se vendieron en una semana 585 prendas distintas. 5/13 eran camisetas, 1/3 pantalones y el resto otra clase de prendas. ¿Qué tipo de prenda se vendió más? ¿Cuántas camisetas y pantalones se vendieron?

Los 5/13 de 585 son 225, que resultan de dividir en 13 partes iguales la cantidad de 585, y luego tomar 5 de estas partes, es decir, multiplicar por 5.
1/3 de 585 son 195, que resultan de dividir en 3 partes iguales la cantidad de 585.
Se vendieron por tanto 225 camisetas, 195 pantalones y 585-225-195=165 de otras prendas.

15º Compramos una televisión y la pagamos en cuatro plazos. En el primero pagamos 1/6 del precio. En el segundo, la mitad de lo que debemos. En el tercero la quinta parte de la deuda pendiente. El cuarto y último plazo son 180 €. ¿Cuánto costó el televisor?

Cada tono de gris se corresponde con cada uno de los plazos (piénsalo). Los 180 del plazo final se deben repartir entre las cuatro celdas blancas, luego a cada celda de un total de 12 le corresponde 45 €. Por tanto, la respuesta es 12x45=540€.

		180/4 = 45€	**180/4 = 45€**	**180/4 = 45€**	**180/4 = 45€**

16º Los mares y océanos ocupan en la Tierra 364 millones de km^2, lo que representa 7/10 de la superficie total. Indica dicha superficie total.

Si 7/10 de la superficie total suponen 364, 1/10 será la séptima parte, es decir 52. Y los 10/10 del total, que representan al propio total, serán diez veces 52, o sea 520 millones de km^2.

ECUACIONES

17º Resuelve y comprueba: $\frac{x+1}{6}-\frac{x+4}{3}=2+\frac{1}{4}$

Multiplicamos por el m.c.m (6,3,4)=12 cada miembro de la ecuación, consiguiendo otra igualdad equivalente a la dada, pero sin denominadores. Para ello se multiplica cada sumando. En aquellos que sean fracciones, bastará con dividir 12 entre el denominador y el resultado multiplicarlo por el numerador.

$$12\cdot\frac{x+1}{6}-12\cdot\frac{x+4}{3}=12\cdot 2+12\cdot\frac{1}{4}$$

$$2\cdot(x+1)-4\cdot(x+4)=24+3$$

$$2x+2-4x-16=27$$

$$2x-4x=27-2+16$$

$$-2x=41$$

$$x=\frac{41}{-2}=-\frac{41}{2}$$

18º Tengo 9 monedas, unas de 5 céntimos y otras de 20. En total valen 75 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada tipo tengo?

Llamamos x al número de monedas de 5 céntimos (podríamos hacer lo mismo con el número de monedas de 20 céntimos).
Llamamos 9-x al número de monedas de 20 céntimos (piensa por qué).
Planteamos la "ecuación de los céntimos": las x monedas de 5 céntimos valen 5x y las 9-x monedas de 20 céntimos valen 20.(9-x).

$$5x+20\cdot(9-x)=75$$
$$5x+180-20x=75$$
$$5x-20x=75-180$$
$$-15x=-105$$
$$x=\frac{-105}{-15}=7$$

En definitiva, contamos con 7 monedas de 5 céntimos y 9-7=2 monedas de 20 céntimos.

19º Resuelve y comprueba: $5(2-x)+3(x+6)=10-4(6+2x)$

$$5\cdot 2-5\cdot x+3x+18=10-24-8x$$
$$10-5x+3x-18=-14-8x$$
$$-8-2x=-14-8x$$
$$-2x+8x=-14+8$$
$$6x=-6$$
$$x=-1$$

20º En un centro escolar se ha preparado una sala de proyección de cine con varios bancos dispuestos uno detrás de otro. Si se colocan 10 alumnos por banco, se quedan sin sitio 11 alumnos. Si se colocan 11 alumnos por banco, sobran siete plazas. ¿Cuántos alumnos hay?

Este problema presenta cierta dificultad porque la incógnita que debemos definir no coincide con lo que nos preguntan. Definamos x=número de bancos:

Número de alumnos=10.x+11

Número de alumnos=11.x-7

$$10x+11=11x-7$$
$$11+7=11x-10x$$
$$18=x$$

Así que hay 18 bancos, y el número de alumnos es 10.18+11=191.

21º ¿En qué número se convierte 100 si le aumentamos en un 25 %, y a la cantidad resultante la disminuimos en otro 25%?

La forma más rápida, pero tal vez más difícil de entender, sería la siguiente:

$100 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}75 = 93{,}75$

Si no lo entiendes, podemos hacerlo así:

$\frac{100 \cdot 25}{100} = \frac{2500}{100} = 25 \qquad Tenemos\, 100 + 25 = 125$

$\frac{125 \cdot 25}{100} = \frac{3125}{100} = 31{,}25 \quad Tenemos\, 125 - 31{,}25 = 93{,}75$

22º Para hacer 2 litros de zumo de naranja se necesitan 16 naranjas.

a. **¿Cuántas naranjas se necesitan para hacer 5 litros de zumo?**

b. **¿Cuántos litros de zumo se consiguen si se utilizan 21 naranjas?**

Consideramos las dos magnitudes que se relacionan: número de naranjas y litros de zumo.

Ahora pensamos si son proporcionales, y en ese caso, si son directa o inversamente proporcionales. Nos pueden ayudar preguntas del tipo "¿si uso doble de naranjas obtengo doble de zumo?" Sí (Hay que suponer que de cada naranja siempre se obtiene el mismo zumo).

En ese caso, debemos aplicar la propiedad de las magnitudes directamente proporcionales, que es "el cociente entre cantidades correspondientes es constante".

Ordenamos los datos en una tabla:

Número de naranjas	16	x	21
Litros de zumo	2	5	y

Aplicamos la propiedad citada anteriormente, y también la que cumplen todas las igualdades entre cocientes, que la de "igualdad de productos cruzados":

$\frac{16}{2} = \frac{x}{5} = \frac{21}{y} \quad ; \; 16 \cdot 5 = 2 \cdot x \; ; \; 80 = 2x \quad ; \; x = 40\, naranjas$

$16 \cdot y = 2 \cdot 21 \quad ; \; 16y = 42 \quad ; \; y = 2{,}625\, litros$

23º Utilizando la propiedad de los productos cruzados, halla a, b y c:

$$\frac{2}{9} = \frac{a}{18} = \frac{12}{b-1} = \frac{c+3}{27}$$

$2 \cdot 18 = 9a$

$36 = 9a$

$4 = a$

$2(b-1) = 9 \cdot 12$

$2b - 2 = 108$

$2b = 108 + 2$

$2b = 110$

$b = 55$

$2 \cdot 27 = 9 \cdot (c+3)$

$54 = 9c + 27$

$54 - 27 = 9c$

$27 = 9c$

$3 = c$

24º Rellena la tabla sabiendo que el a% de b es c:

a	***b***	***c***
37	380	
70	25	
29	46	

$\frac{37 \cdot 380}{100} = 140{,}6 = c$

$\frac{70 \cdot 25}{100} = 17{,}5 = c$

$\frac{29 \cdot 46}{100} = 13{,}34 = c$

25º Una rueda de un coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?

Consideramos las dos magnitudes que se relacionan: número de vueltas y minutos.

Ahora pensamos si son proporcionales, y en ese caso, si son directa o inversamente proporcionales. Nos pueden ayudar preguntas del tipo “¿a doble de vueltas doble de minutos?” Sí. En ese caso, debemos aplicar la propiedad de las magnitudes directamente proporcionales, que es “el cociente entre cantidades correspondientes es constante”.

Ordenamos los datos en una tabla:

Número de vueltas	4590	x
Minutos	9	24.6+24=168

Aplicamos la propiedad citada anteriormente, y también la que cumplen todas las igualdades entre cocientes, que la de "igualdad de productos cruzados":

$\frac{4590}{9} = \frac{x}{168}$; $4590 \cdot 168 = 9 \cdot x$; $771120 = 9x$; $x = 85680\,vueltas$

26º Laura ha comprado una camisa que cuesta 18 €. Al ir a pagar le hacen un 25 % de descuento.

a) **¿Cuánto dinero le descuentan?**

b) **¿Cuánto le cuesta la camisa?**

a) 25% de 18= 25.18/100=4,5 €

b) 18-4,5=13,5

DECIMALES

27º Ordena de menor a mayor: ½, 0.4, 4/9, 0.6, 5/9.

Basta con expresar como números decimales las tres fracciones:

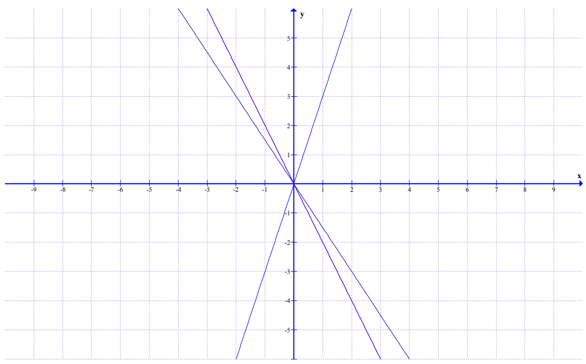
$\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{4}{9} = 0{,}44444.......$; $\frac{5}{9} = 0{,}55555........$

La secuencia final ordenada de menor a mayor será:

$0{,}4 < \frac{4}{9} < \frac{1}{2} < \frac{5}{9} < 0{,}6$

FUNCIONES

28º Dada las siguientes gráficas:



Elige una de las rectas, y de la elegida un punto.

a) **Halla la pendiente que se "salva" entre ese punto y el origen de coordenadas.**

b) **Halla la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos.**

c) Avanzando con las abscisas de izquierda a derecha, ¿crece o decrece tu función?

d) Confecciona una tabla para tu recta con al menos 4 puntos.

e) Repite los cuatro apartados con las otras dos rectas.

a) La pendiente de una recta es "lo que sube o baja, entre lo que avanza, considerando dos puntos cualesquiera". Si elijo el punto (1,3) de la única recta que crece, y considero al origen (0,0) como el otro punto, se obtiene a=(3-0)/(1-0)=3.

b) y=3x

c) Crece.

d)

X	0	1	2	-1
Y	0	3	6	-3